

Pismeni ispit iz Matematike za inženjersku grafiku, 12. septembar 2013.

1. Dato je preslikavanje $T(x, y) = (3x, x + y, 6x - y, 10y)$.
 - (a) Pokazati da je dato preslikavanje linearne transformacije;
 - (b) Odrediti matricu transformacije u odnosu na standardnu bazu.
Šta predstavljaju vektori kolone matrice transformacije?;
 - (c) Odrediti sliku tačke $(-3, 1)$ koristeći dobijenu matricu transformacije;
 - (d) Odrediti koordinate vektora $v = (3, 5)$ u odnosu na bazu $B = \{(1, 1), (1, -1)\}$ i naći sliku vektora v koristeći matricu transformacije.
2. Linearne transformacije T preslikava vektore baze $B = \{v_1 = (1, 0, 1), v_2 = (0, 1, 1), v_3 = (1, 1, 0)\}$ na sledeći način:
$$T(v_1) = v_1, \quad T(v_2) = 2v_2, \quad T(v_3) = 3v_3.$$
Odrediti matricu transformacije u odnosu na bazu B i u odnosu na standardnu bazu.
3. Neka je $n = i + j$ osa rotacije i neka je ugao rotacije 60° .
 - (a) Odrediti kvaternion (q) koji opisuje pomenutu rotaciju;
 - (b) Odrediti intenzitet tog kvaterniona i njegov konjugovani kvaternion.
Koju rotaciju opisuje konjugovani kvaternion?;
 - (c) Odrediti kvaternion koji opisuje rotaciju za dvostruko veći ugao nego što to radi q (osa rotacije ostaje ista).

4. Date su matrice: $A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$.

- (a) Proveriti da li su vektori kolone odgovarajućih matrica ortonormirani;
 - (b) Ispitati da li su matrice rotacione;
 - (c) Odrediti uglove rotacija;
 - (d) Izvršiti interpolaciju za $t = \frac{1}{4}$.
5. Konstruisati interpolacioni polinom koji zadovoljava sledeće uslove na intervalu $[0, 1]$:
- $$p(0) = 5, \quad p(1) = 18, \quad p'(0) = 7, \quad p'(1) = 20.$$

6. Data je funkcija:

$$S(x) = \begin{cases} 2(x+1) + (x+1)^3, & x \in [-1, 0] \\ 3 + 5x + 2x^3, & x \in [0, 1] \\ 8 + 3(x-1) + 3(x-1)^2, & x \in [1, 2] \end{cases}$$

- (a) Koristeći podelu intervala $[-1, 2]$ koja je data funkcijom S napisati uslove koje treba da zadovoljava prirodni kubni splajn;
- (b) Ispitati da li je funkcija S kubni splajn.