

Fakultet tehničkih nauka

smer: Animacija u inženjerstvu

predmet: Matematika za inženjersku grafiku

Zadaci - Bezierova i Hermitska kriva

1. Za polinome $p(x) = 2 + 10x - 27x^2 + 18x^3$ i $p(x) = 13 - 13x + 3x^2$ napisati monomsku i Hermitsku matičnu formu i odrediti Hermitsku bazu.
Napomena: Polinomi su formirani uz date uslove na datim intervalima - pogledati zadatke sa prethodnih vezbi.
2. Primenom de Kasteljovog algoritma odrediti opšti oblik kvadratne i kubne Bezierove krive.
3. Odrediti matičnu formu zapisa Bezierovih krivih (kvadratne i kubne) koristeći monomsku bazu.
4. Napisati jednačine prelaza sa Bezierove na monomsku formu i obrnuto - iz monomske u Bezierovu formu. Prikazati to i matičnim zapisom.
5. Koristeći Bernštajnovu bazu odrediti opšti oblik Bezierove kvadratne i kubne krive (koeficijente grupisati uz elemente Bernštajnovе baze).
6. Odrediti vezu između Bezierove i Hermitske forme i naći jednačine prelaza sa jedne na drugu formu.
7. Date su kontrolne tačke Bezierove krive $(3, 5)$, $(6, 1)$, $(0, 3)$ i $(5, 5)$.
 - (a) Koristeći de Kasteljov algoritam odrediti tačku na krivoj za koju je $t = 0.4$;
 - (b) Odrediti koeficijente koji karakterišu Hermitsku formu generisane krive;
 - (c) Transformisati krivu u monomsku (kanoničku) formu;
 - (d) Proveriti rezultat dobijen u (a) zamenjujući vrednost $t = 0.4$ u (c);
 - (e) Odrediti funkciju brzine $v(t)$;
 - (f) Odrediti brzinu u tačkama za koje je $t = 0.4$, $t = 0$ i $t = 1$.
8. Dokazati da suma Bernštajnovih polinoma drugog stepena jednaka 1 za svako t .

9. Gde treba postaviti Bezierove kontrolne tačke da bi se dobila "konstantna kriva" (tj, da su vrednosti $p(t)$ jednake za svako t)?
10. Kako treba da rasporedimo Bezierove kontrolne tačke da bismo dobili "linearnu krivu", koja je pravolinijski segment sa konstantnom brzinom?
11. Kako treba rasporediti Bezierove kontrolne tačke da bismo dobili linearnu "krivu", takvu da je brzina u početnoj i krajnjoj tački jednaka nuli, a da se maksimalna brzina postiže na sredini putanje?
12. Za kontrolne tačke $(0, 1)$, $(3, 2)$ i $(5, 4)$ naći poziciju proizvoljne tačke na Bezierovoj krivoj:
 - (a) koristeći de Kasteljov algoritam;
 - (b) koristeći Bernštajnovu bazu;
 - (c) odrediti poziciju na krivoj za $t = \frac{1}{2}$.
13. Pokazati da važi rekurzivna formula:

$$B_k^n(t) = (1 - t)B_k^{n-1}(t) + tB_{k-1}^{n-1}(t).$$

Domaći: Kavadratnu i kubnu Bezierovu krivu prikazati kao matrično množenje koristeći Bernštajnovu bazu.