

Fakultet tehničkih nauka

smer: Animacija u inženjerstvu

predmet: Matematika za inženjersku grafiku

Zadaci - Lagranžov interpolacioni polinom

1. Neka je x_0, \dots, x_n proizvoljan izbor tačaka za koje važi $x_i \neq x_j$ za $i \neq j$.

(a) Ako je

$$l_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

pokazati da je

$$l_i(x_j) = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}$$

(b) Pokazati da je $y_j = \sum_{i=0}^n y_i l_i(x_j)$.

2. Napisati Lagranžov polinom za proizvoljnu funkciju $y = f(x)$ koja prolazi kroz tačke $x = 0, x = 1$ i $x = 2$. Za funkcije $y = \sin x$ i $y = \cos x$ napisati interpolacioni polinom (obratiti pažnju na Lagranžovu bazu).

3. Date su tačke $(0, 2), (\frac{1}{3}, 3), (\frac{2}{3}, 2), (1, 3)$. Naći Lagranžov interpolacioni polinom (koji prolazi kroz date čvorne tačke).

4. Napisati Lagranžov polinom drugog stepena koji interpolira funkciju $y = \sin x$ u tačkama $x = 0.4, x = 0.7$ i $x = 1$.

5. Poznata je vrednost funkcije u tri različite čvorne tačke $f(1) = 3, f(2) = -1$ i $f(3) = 1$. Naći polinom koji prolazi kroz date tačke.

6. Za date čvorne tačke $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)$ i (x_3, y_3) pokazati da postoji samo jedan polinom

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$$

za koji važi $p(x_i) = y_i, i = 0, 1, 2, 3$.