

Logik och bevisteknik, 5 hp

Välkommen till kursen Logik och bevisteknik!

Kurskod: 1MA027

Lärare:

Föreläsningar: Inger Sigstam.

Lektioner: Vera Koponen och Inger Sigstam.

Kurslitteratur: Ian Chiswell, Wilfred Hodges. *Mathematical Logic*, Oxford University Press, 2007.

Ett kompendium på svenska, som kan användas som komplement, finns på kurstillfällets sida på Studentportalen.

Kurslitteratur: Material till kursen kommer att läggas på kurstillfällets sida på Studentportalen.

Undervisningen består av 17 föreläsningar och 8 lektioner, vardera om 2 lektionstimmar. Föreläsningarna kommer att innehålla såväl teori som behandling av exempel och övningsuppgifter. Lektionerna används för problemlösning.

TIDSPLAN (preliminär)

Föreläsning	Innehåll	Kursmål	Kapitel
1	Påståenden, antaganden, slutsatser, konnektiv.	8	1, 2.1
2–3	Naturlig deduktion i satslogik.	2	2.2–2.7
4	Syntax i satslogik (formellt språk)	1, 2	3.1–3.4
5	Semantik för satslogik. Sanningsvärdestilldelningar, satisfierbarhet, tautologier, validitet, ekvivalens	3, 4	3.5–3.7
6–7	Disjunktiv/konjunktiv normalform, funktionell kompletthet, sundhets- och fullständighetssatsen för satslogik.	5, 6, 13	3.7–3.10
8	Reserv och repetition.		
9–10	Första ordningens logik, syntax, strukturer.	7, 8, 9	5.1–5.7
11–12	Semantik för \exists och \forall , logisk sanning, ekvivalens, konsekvens, prenex normalform	10, 11	7.1–7.3
13–14	Naturlig deduktion för första ordningens logik.	12	5.4, 7.4
15–16	Sundhet och fullständighet för första ordningens logik.	13, 14	5.9–5.10, 7.5–7.6 fokus på 7.6
17	Reserv och repetition		

Examination

Examinationen består av *skriftlig tentamen* i slutet av kursen. En *dugga* är planerad ungefär i mitten av kursen. Godkänd dugga ger dig 2 bonuspoäng på tentamen.

För att bli godkänd på kursen krävs att samtliga kursmål som är angivna i kursplanen godkänns. För att förtydliga vad målen innebär använder vi nedanstående 14 explicita mål, som alla behöver uppvisas för godkänd kurs.

All mål kan godkännas på tentan, men vissa av målen kan godkännas redan vid duggan.

Den skriftliga tentan består av ett antal uppgifter. Vid bedömning av tentan beaktas både måluppfyllelse och poäng. För godkänd tenta (betyg 3) krävs dels att alla mål är godkända, dels att totalpoängen är minst 18 poäng. För betyg 4 (5) krävs att alla mål är godkända och att totalpoängen är minst 25 (32) poäng.

Tentamen kommer preliminärt att vara fredagen den 25 maj 2018. Man måste anmäla sig till den skriftliga tentan, senast 15 dagar innan. Gör det i Studentportalen, där du också kan kontrollera tid och plats. Inga hjälpmedel är tillåtna vid tentan.

Omtentamen arrangeras i augusti 2018 och påsk 2019. Tid och plats kommer i Studentportalen några månader innan tentamenstillfället. Glöm ej anmälan! Eventuell bonus intjänad på duggan får användas vid dessa tre tillfällen. Om man behöver omtentera senare, så kan denna bonus inte medräknas.

Mål

Efter godkänd kurs ska studenten kunna

- förklara hur formler i predikatlogik tolkas som sanna eller falska;
- översätta utsagor och resonemang givna i naturligt språk till satslogiskt respektive predikatlogiskt språk;
- redogöra för begreppen tautologi, giltig slutledning, logisk sanning och logisk konsekvens;
- omvandla satslogiska formler till disjunktiv och konjunktiv normalform;
- avgöra, i enkla fall, om en satslogisk eller predikatlogisk slutledning är giltig och i så fall genomföra ett formellt bevis av slutledningen, och i annat fall kunna formulera ett motexempel;
- formulera sundhetssatsen och fullständighetssatsen, samt kunna förklara deras innebörd och tillämpa dem i konkreta fall.

Innehåll

Satslogikens språk, olika predikatlogiska språk. Funktionellt komplett mängd av konnektiv. Formalisering och precisering av naturliga språk. Induktion över termer och formler. Tautologi, valuering, motvaluering. Sanningsvärdestabell. Disjunktiv och konjunktiv normalform. Struktur för ett givet predikatlogiskt språk. Tolkning av ett givet första ordningens språk i en given struktur för språket. Modell och motmodell. Satisfierbarhet. Axiom för en teori. Bevisbarhet, naturlig deduktion, konsistens och oberoende. Begreppen sundhet och fullständighet för ett bevissystem. Något om ofullständighet. Boolsk algebra. Något om skillnaden mellan klassisk logik och intuitionistisk logik.

Ovanstående mål och innehåll är citerade från kursplanen.

Några tips

- Diskutera uppgifter och teori med dina kurskamrater!
- Bearbeta varje föreläsning, helst samma dag men senast till nästa föreläsning. Fråga om något är oklart.
- Inför lektionerna, gör så många uppgifter du hinner före lektionen (uppgifter enligt läsanvisningarna). På lektionen kan du då be om hjälp med sådana uppgifter som du har fastnat på.

Explicita kursmål för *Logik och bevisteknik I*, vt 2018

1. Redogöra för det formella satslogiska språket. (Signatur, konnektiv, hur satser byggs upp.)
2. Redogöra för och korrekt kunna använda sig av bevisreglerna i naturlig deduktion för satslogik, dvs reglerna för \wedge , \vee , \neg , \rightarrow , \leftrightarrow och \perp . Bevisbarhet. Veta vad det innebär att $\{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n\} \vdash \varphi$, där $\varphi, \psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ är satslogiska formler, samt kunna utföra enklare satslogiska bevis med naturlig deduktion.
3. Givet en *satslogisk signatur* σ , förklara vad en σ -struktur (kallas också *valuering* eller *sanningsvärdestilldelning*) är.
4. Redogöra för begreppen satisfierbarhet, tautologi (valid formel, sats), ekvivalens och logisk konsekvens inom satslogiken, samt kunna använda sig av sanningsvärdestabeller för att svara på frågor av typen: Är φ satisfierbar? Är φ en tautologi? Är φ en logisk konsekvens av $\{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n\}$?
5. Kunna omvandla satslogiska formler till ekvivalent konjunktiv och disjunktiv normalform.
6. Bevisbarhet. Kunna avgöra (i enklare fall av satslogik) om $\{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n\} \vdash \varphi$, och motivera varför, eventuellt med hjälp av sundhets- eller fullständighetssatsen.
7. Redogöra för hur ett första ordningens språk är uppbyggt (Signatur, termer, formler).
8. Kunna översätta en utsaga eller ett resonemang på vanligt språk till satslogik eller till ett första ordningens språk, med en lämplig signatur, beroende på den ursprungliga utsagans (eller resonemangets) form.
9. Givet en första ordningens signatur σ , förklara vad en σ -struktur är.
10. Kunna avgöra i enklare konkreta fall om en första ordningens sats är sann eller falsk i en struktur med passande signatur.
11. Redogöra för begreppen satisfierbarhet, logisk sanning (valid formel, sats) och logisk konsekvens inom första ordningens logik. Kunna avgöra enkla utsagor av typen $\{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n\} \models \varphi$.
12. Kunna använda bevisreglerna för $=$, \exists och \forall , samt kunna utföra enklare bevis i naturlig deduktion med hjälp av dessa regler och reglerna för \wedge , \vee , \neg , \rightarrow , \leftrightarrow och \perp .
13. Kunna formulera och förklara vad sundhetssatsen och fullständighetssatsen säger, både i satslogik och i första ordningens logik.
14. Bevisbarhet. Kunna avgöra (i enklare fall av första ordningens logik) om $\{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n\} \vdash \varphi$, och motivera varför, eventuellt med hjälp av sundhets- eller fullständighetssatsen.