

Övning 1

Satslogik, informellt

Dessa uppgifter låter dig öva på kursmål 8 och 2.

1. Vilka av följande uttryck är påståenden/utsagor? (Ledning: När får man en vettig fråga genom att sätta "Är det sant att" före uttrycket?)
 - (a) Alla reella tal är positiva.
 - (b) Södra Norrlands kustland och inland.
 - (c) $\frac{1}{x+y} < \frac{1}{x-y}$.
 - (d) $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}$.
 - (e) $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$.
 - (f) $x > 0$.
 - (g) Olikheter och absolutbelopp.
 - (h) $\int_0^1 (x^2 + x) dx$.
 - (i) Alla hundar kan flyga.
 - (j) $\int_0^1 (x^2 + x) dx = 5$.
 - (k) Absolutbeloppet av ett tal är minst lika stort som talet själv.
 - (l) Det vet katten.
2. Omformulera följande påståenden med hjälp av konnektiven $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ och \neg så långt det går:
 - (a) Tåget går till Stockholm eller till Gävle.
 - (b) Gustav Vasa var kung och han levde på 1500-talet.
 - (c) Om det regnar så tar jag med paraplyet.
 - (d) Jag tar paraplyet om det regnar.
 - (e) Om det regnar eller är under fem grader varmt så tar jag vinterrocken.
 - (f) Om $x < 0$ så $x^2 > 0$.
 - (g) Om $x^2 < 9$ så $x < 3$ och $x > -3$.
 - (h) Om månen är en gul ost så $2 + 2 = 5$.
 - (i) $x^2 - 3x + 3 = 0$ är ekvivalent med att $x = 3$ eller $x = 1$.
 - (j) $x^2 = 2$ om och endast om $x = \sqrt{2}$ eller $x = -\sqrt{2}$.
 - (k) Om x och y är reella tal så är $x^2 + y^2 = 0$ ekvivalent med att $x = 0$ och $y = 0$.
 - (l) Tåget går varken till Stockholm eller till Gävle.
 - (m) Gustav Vasa var en kung och levde inte på 1300-talet.
 - (n) Om det inte regnar så tar jag inte med paraplyet.
 - (o) Om det är under fem grader varmt och inte regnar så tar jag vinterrocken.
 - (p) $x \neq 0$.

(q) Om $x^2 > 0$ inte gäller så $x \leq 1$ och $x \geq -1$.

(r) Om $x \neq 1$ och $x \neq -1$ så $x^2 - 3x + 3 \neq 0$.

3. Bevisa följande sekventer med naturlig deduktion, där A, B, C, \dots betecknar påståenden:

(a) $A \wedge B \vdash (A \vee C) \wedge B$.

(b) $(A \wedge B) \vee C \vdash C \vee B$.

(c) $\{A, (B \vee C)\} \vdash (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$.

(d) $\{((A \wedge B) \vee C), D\} \vdash (D \wedge B) \vee (C \vee A)$.

(e) $((A \vee B) \wedge C) \vee ((A \wedge B) \vee C) \vdash A \vee C$.

(f) $\neg\neg A \wedge \neg\neg B \vdash A \wedge (B \vee A)$.

(g) $\vdash \neg(A \wedge \neg A)$.

(h) $\{A \rightarrow B, \neg B\} \vdash \neg A$.

(i) $B \rightarrow C \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$.

(j) $\{\neg C, A \vee C\} \vdash A$.

(k) $A \vee B \vdash A \vee \neg\neg B$.

(l) $\neg(A \vee B) \vdash \neg A \wedge \neg B$.

(m) $A \rightarrow B \vdash \neg A \vee B$.

(n) $A \leftrightarrow B \vdash (A \vee \neg B) \wedge \neg(A \wedge \neg B)$.