Språk & Stil. Tidskrift för svensk språkforskning [*1994*] **4** (1995), 133–143.

Vad är ett naturligt tal?

Ett exempel på matematisk språkvård

Christer O. Kiselman

1 Inledning

Uttrycket *naturligt tal* har i svenskan sedan länge betydelsen 'positivt heltal' och syftar alltså på ett av talen $1, 2, 3, \dots$. Numera ser man emellertid ofta att det används synonymt med *icke-negativt heltal*, alltså inkluderande talet noll. Vilken är den vanligaste betydelsen? Hur uttrycker man sig om man är medveten om de två betydelserna? Varför har det blivit så här? I den här artikeln skall jag försöka besvara dessa frågor.

Om jag tittar ut genom fönstret och ser två skator sitta i rönnen så känns det helt naturligt. Två är utan tvivel ett väldigt naturligt tal. De naturliga talen är de som förekommer vid räkning av antal. Ofta sitter emellertid inga skator i rönnen, och man kan hävda att noll skator också är ett naturligt antal. Problemet är emellertid att det ännu oftare sitter noll lodjur i rönnen, trots att ett lodjur utan svårighet skulle kunna klättra upp i den. Men jag brukar inte tänka på noll lodjur i rönnen: noll är på något sätt mindre naturligt än ett och två. Det är kanske ett sådant resonemang som ligger bakom artikeln *tal* i Nordisk Familjeboks andra upplaga, där det står: ”Det genom abstraktion vunna begreppet tal är, närmare bestämdt, helt positivt tal” (1919, band 28, sp. 324; artikeln är granskad av Ivar Fredholm). Men noll är å andra sidan naturligare än -1, ty vi kan lätt tänka oss noll personer i ett rum, men inte -1 person. Det är först vid nästa abstraktionsgrad, nämligen ökningar och minskningar, som vi kommer till negativa heltal: folkökningen i Sverige under ett visst år kan mycket väl vara negativ.

Matematiskt kan man uttrycka min reflektion så här: de naturliga talen är de som förekommer som antal hos ändliga mängder. Noll är därvid antalet element i den tomma mängden, men den tomma mängden är i sig en abstraktion som uppfattas som mindre naturlig. Därav konflikten.

Båda betydelserna, 'positivt heltal' och 'icke-negativt heltal', förekommer i skrift; det är lätt att se i böcker, kompendier och andra texter. Men jag visste inte exakt hur matematiker brukar använda uttrycket *naturligt tal*. Jag gjorde en liten enkät för att försöka få en bild av språkbruket.[1]

2 Att börja med noll eller ett

Tidigare har *naturligt tal* (på olika språk) oftast varit synonymt med *positivt heltal*.

[1] Jag vill tacka Ingrid Maier och Sven-Göran Malmgren för språkvetenskapliga kommentarer till en tidigare version av denna uppsats samt Kerstin Ekstig och Staffan Rodhe för litteraturtips.

I Dedekinds uppbyggnad av talsystemen i den berömda boken *Was sind und was sollen die Zahlen?* från 1887 (se 1960 s. 17) är det elementen $1, 2, 3, \ldots$ som kallas *natürliche Zahlen*. Peanos välkända axiom för de naturliga talen, som han lade fram i en skrift på latin 1889, börjar likaså med 1 (Kennedy 1980 s. 37). Men det finns också en annan tradition, som man kanske kan spåra till Frege. Denne börjar i sin kända skrift *Die Grundlagen der Arithmetik* från 1884 med noll och räknar detta tal till de naturliga (i översättning 1980 s. 96). Även von Neumann (1923) börjar i sin uppbyggnad av de oändliga kardinaltalen med noll. Detta tal definierar han för övrigt som den tomma mängden, $0 = \emptyset$, ett som mängden av noll, $1 = \{0\} = \{\emptyset\}$, två som mängden av noll och ett, $2 = \{0, 1\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, och så vidare (jag har här använt de beteckningar som är vanliga nu). För Bourbaki är ett naturligt tal detsamma som ett ändligt kardinaltal, dvs. ett kardinaltal $\mathfrak{a}$ som uppfyller $\mathfrak{a} \neq \mathfrak{a} + 1$ (1963 s. 48). Eftersom 0 är ett kardinaltal och $0 \neq 0 + 1$, så är tydligen 0 ett naturligt tal.

I svenskan har uttrycket *naturligt tal* tidigare alltid syftat på talen $1, 2, 3, \ldots$. Det är den enda betydelse som anges i Svenska akademiens ordbok (1949 N 245). I den länge använda universitetsläroboken av Hyltén-Cavallius & Sandgren (1958 s. 1) avses med naturligt tal ett positivt heltal, och samma definition har Bra Böckers Lexikon så sent som 1987 (band 16).

En ändring har skett i skolans val av termer, och den kan dateras ganska exakt. Skolöverstyrelsen rekommenderade i de anvisningar som fastställdes 1966 att mängden av naturliga tal skulle vara $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ (1967 s. 12). Skolböckerna följde sedan efter: i Brolin m.fl. (1966 s. 26) heter det ännu: ”Talen $1, 2, 3, 4, \ldots$ kallar man naturliga tal”; några år senare (1969 s. 26) står det: ”Talen $0, 1, 2, 3, 4, \ldots$ kallar man naturliga tal.” Författarna låtsas alltså i båda fallen att de beskriver ett språkbruk i stället för att ange att de (åtminstone i det senare fallet) förmedlar en myndighets rekommendation eller anvisning. I andra svenska skolböcker införs likaså de naturliga talen som $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ utan kommentarer, t.ex. hos Björk m.fl. (1990 s. 29). På universitetsnivå finns läroboken av Persson & Böiers, som utan kommentar säger att de naturliga talen är $0, 1, 2, 3, \ldots$ (1990 s. 1).

I senare upplagor av Hyltén-Cavallius & Sandgren, t.ex. (1985 s. 370), räknas noll med; författarna hänvisar där till Skolöverstyrelsens anvisningar från 1966.

Vi kan således konstatera att det svenska skriftspråket, åtminstone så som det syns i läroböckerna, genomgått en förändring.

I barnböcker torde man dock alltid börja med 1. Den som lär sig räkna med Anka-Vanka och hennes vänner (Potter 1993), börjar med *en* söt anka och fortsätter med *två* olydiga kaniner. Det bör här anmärkas att denna bok är översatt från engelska och alltså inte representerar spontant svenskt språkbruk. Om man vill ta med noll, skall man då börja med noll ankor eller noll kaniner? Två olydiga kaniner är ju inte alls detsamma som två lydiga kaniner, men om man började med noll, så skulle de små barnen behöva lära sig att noll olydiga kaniner är exakt detsamma som noll lydiga kaniner. Detta ställer frågan om talet nolls naturlighet på sin spets. En sidoanmärkning är att substantivens pluralformer ger oss en egendomlig inversion vid räkning från noll: *noll möss, en mus, två möss*; jämför med det mer praktiska *noll hus, ett hus, två hus*.

3 Bourbakis icke-strikta jämförelser

Även om, som vi sett, Frege och von Neumann började räkna från noll, står det klart att den ändrade betydelsen av adjektivet *naturlig* måste tillskrivas Bourbakis inflytande. Namnet Nicolas Bourbaki är en pseudonym som från 1934 användes av en grupp av huvudsakligen franska matematiker: de skrev ett monumentalt verk om matematikens grundläggande delar, *Éléments de mathématique*, som haft och fortfarande har ett mycket stort inflytande på matematikens utveckling.[2] De hade även starka språkvårdsambitioner, och i många fall har deras val av termer vunnit efterföljd. I den *Mode d'emploi de ce traité* 'Bruksanvisning för detta verk' som medföljer eller ingår i böckerna står det: "La terminologie suivie dans ce traité a fait l'objet d'une attention particulière. *On s'est efforcé de ne jamais s'écarter de la terminologie reçue sans de très serieuses raisons.*" 'Valet av termer i detta verk har varit föremål för en speciell uppmärksamhet. *Vi har ansträngt oss att aldrig göra avsteg från de hävdvunna termerna utan mycket tungt vägande skäl.*' (Kursiv i originalet.)

Enligt Bourbaki skall alla ord som uttrycker jämförelser inkludera likhet. Om jämförelsen utesluter likhet, så skall detta särskilt markeras. Denna princip tillämpas på adjektiven *positif, positive* och *négatif, négative*; alltså får uttrycket *nombre positif* betydelsen 'icke-negativt tal', $x \geqslant 0$, medan ett tal som är större än noll heter *nombre strictement positif* (1958a s. 29, 143). Att författaren gör ett avsteg från den vanliga betydelsen framgår klart av en fotnot (1958a s. 29): "nous nous écartons de la terminologie courante (où *positif* signifie > 0)". Avsteget motiveras med att han vill ha ett gemensamt språkbruk för tal, ordnade mängder och ordnade grupper – det är tydligen ett fall där det finns *une très serieuse raison.*

Talet noll är alltså både positivt och negativt enligt Bourbaki, medan det varken är positivt eller negativt enligt vanligt svenskt språkbruk.

Principen tillämpas även vid adjektivens komparativformer: *y est plus grand que x* 'y är större än x' betyder att y är större än eller lika med x, $y \geqslant x$ (1963 s. 11), och *la topologie S est plus fine que la topologie T* betyder att topologin S är finare än topologin T, vilket tillåter att topologierna är lika fina (1961 s. 29). Genom att konsekvent ge denna betydelse åt alla jämförelser och lägga till *strictement* när man vill utesluta likhet, så ville Bourbaki skapa ett enhetligt matematiskt språkbruk. I Frankrike finns till salu små guldmedaljonger med texten *Je t'aime* på ena sidan och *+ qu'hier, − que demain* på den andra: 'Jag älskar dig; mer än i går, mindre än i morgon'. De har ett tydligt förbourbakistiskt ursprung. Enligt Bourbaki skulle man här behöva lägga till *strictement* för att få avsedd mening. Smycken med denna text finns emellertid inte till salu, vilket väl är ett uttryck för guldsmedernas uppfattning om marknaden.

Den franske matematikern Adrien Douady gav vid sommarskolan i Otnäs 1967 uttryck för en bourbakistisk inställning när han blev tillfrågad om huruvida talaren vid ett seminarium skulle räknas in bland åhörarna. Javisst, svarade han utan betänketid. Talaren räknas till *the audience* (han svarade på engelska, men innehållet

[2]Det utgavs under åren 1939–75 och består av 37 band, som kallas *fascicules* 'häften' och är grupperade i 9 *livres* 'böcker', vartill kommer 6 *fascicules de résultats*, som innehåller översikter utan bevis.

var franskt). Vill man ange att talaren inte räknas med, så skall man säga *the strict audience*.

Bourbakis initiativ var ur vissa synpunkter lovvärt, och i flera fall har det helt slagit igenom. Om en topologi är finare än en annan, så menar man även på svenska att det är tillåtet att de är lika fina. Likaså menar man numera (alltid?) att en växande funktion får vara konstant. (Det betyder att funktionsvärdena blir större eller är oförändrade när den oberoende variabeln växer; tidigare kallades sådana funktioner *icke-avtagande*, vilket är ganska ologiskt.) Vill man utesluta konstansintervall, säger man *strikt växande*. Här har det svenska matematiska språket blivit bourbakistiskt.

När det gäller orden *positif* och *négatif* däremot har man fått en trist situation. I franska matematiska ordböcker anges oftast betydelserna $\geqslant 0$ respektive $\leqslant 0$, men i den faktiska språkanvändningen har man tre olika system: några följer Bourbaki, andra håller kvar vid de gamla betydelserna > 0 respektive < 0. Det sista verkar vara det absolut vanligaste i franska läroböcker på begynnande universitetsnivå, liksom i muntligt bruk, och man kan därför säga att franska matematikstudenter inte alls följer Bourbaki i detta avseende; dennes språkbruk kan då knappast ha någon chans att slå igenom. Så har vi den tredje mycket medvetna typen av författare som skriver *un nombre réel strictement positif* 'ett strikt positivt reellt tal' för $x > 0$ och *un réel positif ou nul* 'ett reellt tal som är positivt eller noll' för $x \geqslant 0$ (Mazure 1986 s. 36, som för övrigt vid förfrågan bekräftar att hon skriver så just för att ingen vet vad *positif* betyder). Här blir alltså betydelsen hos hela frasen oberoende av hur man tolkar ordet *positif*. Det blir ganska långa uttryck. Ännu vanligare är emellertid att man inte alls använder ordet *positif*, utan skriver *nombre* > 0 och *nombre* $\geqslant 0$, och låter läsarna uttala dessa tecken som de vill (Bourbaki 1958b s. 11; Cartan 1961 s. 11, 131). Det är ju särskilt anmärkningsvärt att Bourbaki själv skriver "> 0" i stället för *strictement positif*. Allt detta betyder att man genom språkvårdande åtgärder mer eller mindre har förintat orden *positif* och *négatif* i den skrivna matematiska franskan. I den muntliga franskan lever de kvar, och (så vitt jag kunnat lyssna mig till i konversationer och under föreläsningar) nästan enbart i den ursprungliga betydelsen.

Språkanvändarnas reaktion på Bourbakis strävan efter enhetlighet har alltså blivit att tre olika sätt att handskas med dessa två adjektiv nu existerar parallellt. Men i svenskan har motsvarande problem för *positivt tal* inte uppstått. Ändå betyder *positiv* i vissa sammanhang $\geqslant 0$, dock inte om tal, vilket begränsar risken för en utveckling som i Frankrike. Vi skall dock se att adjektivet *naturlig* gått ett liknande öde till mötes i svenskan.

Även om det går utanför ramen för denna uppsats kan det nämnas att Bourbaki använder beteckningen $\mathbf{N}$ för mängden $\{0, 1, 2, 3, ...\}$, medan till exempel *Encyclopedic Dictionary of Mathematics* (1987), som är översatt från japanska och utgiven i USA, låter denna bokstav stå för mängden $\{1, 2, 3, ...\}$. Bourbakis beteckning har sedan antagits som internationell standard, och valet av bokstav kan givetvis också ha påverkat användningen av adjektivet *naturlig*. (I båda systemen står alltså $\mathbf{N}$ för mängden av alla naturliga tal, men också för mängden av alla positiva heltal, eftersom *positiv* hos Bourbaki betyder just $\geqslant 0$.)

Min personliga uppfattning beträffande dessa jämförelser, som jag vill kalla strikta respektive icke-strikta, liksom överhuvud taget när det gäller att avgöra huruvida en beskriven mängd skall inkludera gränsfallen eller ej, är att vi i det allmänna språket föredrar de strikta jämförelserna, eftersom de innehåller de karaktäristiska egenskaperna, medan de icke-strikta jämförelserna är mer praktiska i den teoretiska matematiken, där man behandlar många möjliga fall och vill ha enkla utsagor som täcker dem alla. I det första fallet tar man inte med gränsfallen, i det andra gör man det. Det handlar alltså inte bara om jämförelser utan om en tendens att för varje begrepp utesluta respektive inkludera dess gränsfall. Ett exempel är just begreppet positiv, som om tal betyder > 0, medan man utan missförstånd kan säga att varje positiv distribution är ett mått. Ett annat kan vara ordet *konvex*, som i allmänspråket betyder utåtbuktande. En plan yta anses kanske inte vara konvex. Gör man däremot en teori för konvexa mängder, så inser man ganska snart att det enda som håller är att betrakta både kloten och deras gränsfall halvrummen som konvexa.

Matematikerna lever, och måste leva, i båda dessa världar. Med detta synsätt vill jag uttrycka Bourbakis ambition så att han lät den teoretiska principen tränga fram för långt in i det allmänspråkliga området, så långt att, som vi sett, han själv måste retirera (se exemplet i 1958b s. 11 ovan). (Och reträtter måste ju vara plågsamma för en general – hans namn har med största sannolikhet inspirerats av en generals.)

4 En undersökning av språkbruket

Om man vill undersöka hur uttrycket *naturligt tal* används, stöter man på en svårighet: i många sammanhang spelar det inte någon roll huruvida man börjar att räkna med 0 eller 1. Om man letar efter språkprov hittar man meningar som *För de hela algebraiska talen gälla till en del samma lagar som för de naturliga hela talen* (Ivar Fredholm i Nordisk Familjebok 1910, band 12 sp. 875) eller *de naturliga talen bildar en uppräknelig mängd*, och man hittar formler där man studerar ett gränsvärde av tal a_j som är indicerade med naturliga tal och där man studerar talens gränsvärde då j går mot oändligheten (med formelspråk $\lim_{j\to+\infty} a_j = a$). I det första fallet finns en vaghet ("till en del samma lagar"), och i de två senare är det helt oväsentligt var man börjar räkna. Uttrycket *naturliga tal* kontrasterar här mot reella tal eller andra mängder som är större än de naturliga talen. Det är alltså inte alldeles enkelt att hitta muntliga eller skriftliga språkprov där det går att avgöra vad författaren avsett.

För att få en uppfattning om vad svenska matematiker menar med *naturligt tal* genomförde jag en liten enkät. Den riktades till två grupper av matematiker som jag lätt kunde nå: dem som är ledamöter i Svenska nationalkommittén för matematik (grupp N, lätt åtkomlig med datorpost) och dem som har postfack på matematiska institutionen i Uppsala, omfattande matematiker i strikt mening samt matematiska statistiker och matematiska logiker (grupp U). Den första gruppen omfattade 15 personer (varav 13 svarade, 87%), och den andra cirka 62 personer (varav 40 svarade, 66%). Den lägre svarsprocenten i det andra fallet kan delvis förklaras med att jag delade ut lappar till alla med matematisk utbildning på institutionen som enligt min bedömning kunde svenska i tillräcklig utsträckning, men endast 2 av ganska många utrikes födda svarade. Två personer borde med de angivna definitionerna höra till både N och U. Den ena är jag själv, som inte räknas med alls; den andra räknas här endast till N. Gruppen N är spridd över Sveriges universitet och högskolor och består i genomsnitt av mer etablerade matematiker än gruppen U. Födelseåren varierar mellan 1931 och 1955 i grupp N och mellan 1928 och 1973 i grupp U.

Enkätens text lydde: ”När du talar om ett naturligt tal, inkluderar du då noll? Jag skulle vilja veta hur språkbruket är just nu bland matematiker. Det handlar om hur *just du* använder ordet i ditt vanliga muntliga eller skriftliga språkbruk. Det handlar *inte* om hur det 'borde' vara eller hur andra använder ordet.” Svarsalternativen var: ”När jag talar betyder 'n är ett naturligt tal' att $n = 1, 2, 3, ...$ (ja/nej)” och ”När jag talar betyder 'n är ett naturligt tal' att $n = 0, 1, 2, 3, ...$ (ja/nej)” följda av samma alternativ för skriftligt språkbruk: ”När jag skriver betyder [...]”.

Av de 13 svarande i grupp N angav 7 (54%) att de började med noll (i talspråk) och 3 (23%) att de började med ett. En uppger att han börjar med noll i skrift, men att han inte vet hur han använder uttrycket *naturligt tal* i talspråk. De två återstående (15%) undviker ordet både i tal och skrift och säger och skriver *positivt heltal* respektive *icke-negativt heltal.* Av dessa två anser en att uttrycket syftar på talen $1, 2, 3, ...$, medan den andre inte anger någon betydelse alls. Bland de sju som börjar med noll anger en att han är osäker och en att det är troligt att han är inkonsekvent i tal. De som utan osäkerhet börjar med noll i talat språk är därför fem (38%) till antalet.

Av de 40 svarande i grupp U anger 29 (72,5%) att de börjar med noll, medan 10 (25%) säger sig börja med ett. En person anger inget alternativ utan menar att han alltid använder uttrycken *heltal* $\geqslant 0$ respektive *heltal* $\geqslant 1$. Två av dem som börjar med ett och fyra av dem som börjar med noll svarar att de oftast undviker ordet, att de alltid preciserar sig när de använder ordet eller med en liknande fras, som visar att de inte använder adjektivet *naturlig* om tal utan förklaring (när det spelar någon roll vad det betyder). Denna grupp består alltså av 7 personer (17,5%).

Det finns flera tydliga tendenser bland de 53 svaren. Matematiska logiker börjar hundraprocentigt med noll (kan det ledas tillbaka till Frege?), medan en kraftig majoritet av de matematiska statistikerna börjar med ett. Vidare är det mycket tydligt att de som undervisar blivande lärare börjar med noll. En av dessa anger att hon diskuterar frågan med de blivande lärarna eftersom den amerikanska läroboken som används börjar med ett. En annan tendens har med åldern att göra: bland de yngre överväger de som börjar med noll starkare än i hela gruppen. Vidare är det tydligt att de som helt undviker *naturligt tal* eller preciserar vid varje förekomst hör till de mest erfarna författarna och lärarna.

En svarande som börjar med noll säger att han böjt sig för konventionerna. En person börjar alltid med ett, även i skrift, utom när han skriver i tidskriften *Elementa*, medan en annan svarar att han börjar med ett i talat språk och med noll i skrift. Dessa tre är alltså personer som anpassar sitt språkbruk efter konventioner, men markerar ett avståndstagande på olika sätt. Trots detta finns det många, 5 av 13 (38%) i grupp N, 22 av 40 (55%) i grupp U och alltså 27 av 53 (51%) i de sammanräknade svaren, som börjar med noll utan kommentarer om preciseringar eller avståndstagande.

5 Slutsatser

Den första slutsatsen man måste dra är att adjektivet *naturlig* använt om ett heltal har förlorat sin hävdvunna bestämda betydelse, utan att därför få en bestämd ny betydelse, även om denna nya betydelse överväger. Effekten av språkvårdsinsatsen är alltså i första hand att man förstört ett kort och praktiskt uttryck, som nu måste ersättas av ett av de två tyngre *positivt heltal* respektive *icke-negativt heltal* (eller av uttrycken *heltal* $\geqslant 1$, *heltal* $\geqslant 0$, som är hybrider mellan svenska och det matematiska symbolsystemet) om man skall vara säker på att inte bli missförstådd. Detta var väl inte avsikten, men det har blivit det faktiska resultatet. I vissa sammanhang spelar det, som vi sett, inte någon roll om noll räknas in eller ej, och då kan man ju fortfarande bruka ordet. Men en sådan språkanvändning fordrar skarp uppmärksamhet, bl.a. eftersom andra kan tro att man avser en viss betydelse, och sedan börja använda ordet i denna.

Det faktum att flera svarande gör distinktioner mellan muntligt och skriftligt språkbruk kan tyda på en instabilitet.

6 Framtiden

En blick på historien visar att 1 inte alltid erkänts som tal. Talet 1 var under antiken "en enhet", inte ett tal, och talen, som började med 2, var det som var uppbyggt av enheter. Rabbi ben Ezra argumenterade omkring år 1140 för att 1 skulle betraktas som tal, men det var först mot slutet av 1500-talet som den idén blev mer allmänt accepterad (Smith 1953 s. 26–29). Det vi kan lära oss av detta är först och främst att begreppsmässiga förändringar tar mycket lång tid att slå igenom. Bevittnar vi nu en utveckling av begreppet naturligt tal som är parallell med den som ettan genomgick som tal, och som tog över fyrahundra år?

När det mer allmänt gäller konfrontationen mellan de två tänkesätten att utesluta respektive ta med gränsfallen vid bestämning av en egenskap kan jag bara konstatera att allt tyder på att båda kommer att leva kvar. Det första har (tror jag) en stark förankring i allmänmänskligt tänkande, medan det andra tvingar sig på oss så fort vi vill arbeta teoretiskt eller bara en aning systematiskt. Men gränslinjen dem emellan kan komma att bölja fram och tillbaka.

Vad kommer *naturligt tal* att beteckna i framtidens svenska? Det finns som vi sett av undersökningen tre tendenser.

För det första har vi bruket i skolans läroböcker, där man går in för den nya betydelsen, som inkluderar noll. Ålderstendensen i enkätsvaren var tydlig om också inte helt entydig, och om utvecklingen fortsätter i denna riktning, så kommer de som börjar med ett att dö undan och ersättas av dem som börjar med noll. Språkbruket bland logiker stöder denna utveckling. Dataloger (som emellertid inte ingick i den här undersökta gruppen) verkar ha samma språkbruk som logikerna.

För det andra finns det ganska många, och även en del yngre, som börjar med ett. De respekterar den hävdvunna betydelsen och erkänner inte att Skolöverstyrelsen skulle ha rätt att föreskriva ett ords betydelse. Vi har också ett starkt och ökande inflytande från amerikanska läroböcker, där uttrycket *natural number* inte utsatts för språkvård och därför oftast fortfarande syftar på $1, 2, 3, \ldots$ (se t.ex. Adams 1990 s. 4). Något motsvarande starkt inflytande från Frankrike finns inte i Sverige. Om denna tendens vinner, kommer den ursprungliga betydelsen att leva kvar.

För det tredje har vi tendensen att helt undvika ordet *naturlig* i detta sammanhang – eftersom det är förstört. Men vi kan fortfarande tala om *naturliga logaritmer*.

Litteratur

Adams, Robert A., 1990: *Single-Variable Calculus.* Don Mills.

Björk, Lars-Eric m.fl., 1990: *Matematik 2000. Lärobok NT1.* Stockholm.

Bourbaki, Nicolas (pseudonym), 1958a: *Algèbre. Structures algébriques.* (Éléments de mathématique, fascicule IV; livre II, chapitre 1, andra upplagan.) Paris.

—–, 1958b: *Topologie générale. Utilisation des nombres réels en topologie générale.* (Éléments de mathématique, fascicule VIII; livre III, chapitre 9, andra upplagan.) Paris.

—–, 1961: *Topologie générale. Structures topologiques. Structures uniformes.* (Éléments de mathématique, fascicule II; livre III, chapitres 1 et 2, tredje upplagan.) Paris.

—–, 1963: *Théorie des ensembles. Ensembles ordonnés. Cardinaux, nombres entiers.* (Éléments de mathématique, fascicule XX; livre I, chapitre 3, andra upplagan.) Paris.

Bra Böckers Lexikon, 1985–93. Band 1–25. Höganäs.

Brolin, Hans; Sjöstedt, C. E.; Thörnqvist, Sixten, och Vejde, Olle, 1966: *Matematik för gymnasiet. NT-kursen åk 1.* Stockholm.

—–, 1969: *Matematik för gymnasiet. SE-kursen åk 1.* Stockholm.

Cartan, Henri, 1961: *Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes.* Paris.

Dedekind, Richard, 1960: *Was sind und was sollen die Zahlen?* (Åttonde oförändrade upplagan. Första upplagan kom 1887.) Braunschweig.

Encyclopedic Dictionary of Mathematics, 1987. Utg. av Kiyosi Itô. Band I–IV. Andra upplagan. Cambridge, Massachusetts.

Frege, Gottlob, 1980: *The Foundations of Arithmetic.* Oxford.

Hyltén-Cavallius, Carl, & Sandgren, Lennart, 1958: *Matematisk analys I.* Lund.

—–, 1985: *Matematisk analys.* Lund.

Kennedy, Hubert C., 1980: *Peano. Life and Works of Giuseppe Peano.* London.

Mazure, Marie-Laurence, 1986: *Analyse variationelle des formes quadratiques convexes.* Thèse présentée à l'Université Paul Sabatier, Laboratoire d'Analyse numérique. Toulouse.

von Neumann, J., 1923: Zur Einführung der transfiniten Zahlen. *Acta Szeged.* **1**, 199-208. [Även i hans *Collected works, vol. I* (1961), 24–33.]

Nordisk Familjebok, 1904–26. Band 1–38. Andra upplagan. Stockholm.

Persson, Arne & Böiers, Lars-Christer, 1990: *Analys i en variabel.* Lund.

Potter, Beatrix, 1993: *Anka-Vanka och siffrorna. Lär dig räkna med Anka-Vanka och hennes vänner.* Stockholm.

Skolöverstyrelsen, 1967: *Matematikterminologi i skolan.* Stockholm.

Smith, David Eugene, 1953: *History of Mathematics.* Vol. II. New York.

Svenska akademien, 1949: *Ordbok över svenska språket.* Band 18. Lund.