

Svara på engelska, i en \*.txt eller \*.pdf eller \*.html fil (ingen andra format). I en \*.txt eller \*.html fil, skriv  $\Omega$  för  $\Omega$ ,  $\Theta$  för  $\Theta$ ,  $n^a$  för  $n^a$ , och  $\text{sqrt}(n)$  för  $\sqrt{n}$ .

## A Listfunktioner

Ge  $\Theta$ -uttryck för följande listfunktioner i SML:

1. `null xs`
2. `tl xs`
3. `List.last xs`
4. `length xs`
5. `xs @ ys`

var `xs` och `ys` är listor med  $n$  respektive  $m$  element. Motivera.

## B Master Theorem

Lös följande rekursionsformler med hjälp av *Master Theorem* (MT). Motivera genom att ange vilket fall du använder, varför fallet är tillämpbart, och hur du använder det. Vissa går inte att lösa med MT utan man måste tillämpa andra metoder: ange på dessa varför inte MT är tillämpbar.

1.  $T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2$
2.  $T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2$
3.  $T(n) = 5T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2 \lg n$
4.  $T(n) = T(n - 1) + n$
5.  $T(n) = 8T\left(\frac{n}{3}\right) + 2^n$
6.  $T(n) = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + c$
7.  $T(n) = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + \sqrt{n}$
8.  $T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + \lg n$

## C Analysera

Betrakta följande program i SML:

```
fun rev [] = []
  | rev (e :: es) = rev es @ [e]
```

1. Ge en rekursionsformel för körtiden för `rev xs` om listan `xs` har längd  $n$ . Anta att basfallet tar  $c_0$  tidsenheter, att konstruera en lista med ett element tar  $c_1$  tidsenheter, och att ett anrop till `ys @ zs` tar  $c_2 * \text{length}(ys)$  tidsenheter.
2. Expandera rekursionsformeln 5 gånger, dvs ge värden för  $T(0), T(1), \dots, T(4)$ .
3. Visa att rekursionsformeln är ekvivalent med  $c_0 + nc_1 + \frac{n(n-1)}{2}c_2$ . (Tips: Prova med ett induktionsbevis.)
4. Visa att  $c_0 + nc_1 + \frac{n(n-1)}{2}c_2 = \Theta(n^2)$ .