

1 Listfunktioner

Ge Θ -uttryck för följande listfunktioner i SML. `xs` och `ys` är listor med n respektive m element.

1. `null xs`
2. `hd xs`
3. `tl xs`
4. `last xs`
5. `xs @ ys`
6. `map f xs`
7. `filter p xs`
8. `foldl op e xs`

2 Master Theorem

Lös följande rekursionsformler med hjälp av Master Theorem (MT). Motivera genom att ange vilket fall du använder. Vissa (exakt 2) går inte att lösa med MT utan man måste tillämpa andra metoder. Ange på dessa varför inte MT är tillämpbar och om möjligt försök lösa med någon annan metod.

1. $T(n) = 3T(\frac{n}{2}) + n^2$
2. $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + n^2$
3. $T(n) = 3T(\frac{n}{4}) + n \lg n$
4. $T(n) = T(n-1) + n$
5. $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + \lg n$
6. $T(n) = 5T(\frac{n}{2}) + n^2 \lg n$
7. $T(n) = 2T(\frac{n}{4}) + c$
8. $T(n) = 8T(\frac{n}{3}) + 2^n$

3 Analysera

Betrakta följande program i SML:

```
fun rev [] = []
  | rev (x :: xs) = rev xs @ [x]
```

1. Ge en rekursionsformel för körtiden för `rev xs` om `xs` har längd n . Anta att basfallet tar c_0 tidsenheter, att konstruera en lista med ett element tar c_1 tidsenheter och att ett anrop till `xs @ ys` tar $c_2 * \text{length}(xs)$ tidsenheter.
2. Expandera formeln i 1. 5 gånger, dvs. ge värden för $T(0), T(1), \dots, T(4)$.
3. Visa att formeln i 1. är ekvivalent med $c_0 + nc_1 + \frac{n(n-1)}{2}c_2$. (Tips: Prova med ett induktionsbevis.)
4. Visa att $c_0 + nc_1 + \frac{n(n-1)}{2}c_2 = \Theta(n^2)$.