Block 3, KURVANPASSNING

Interpolation

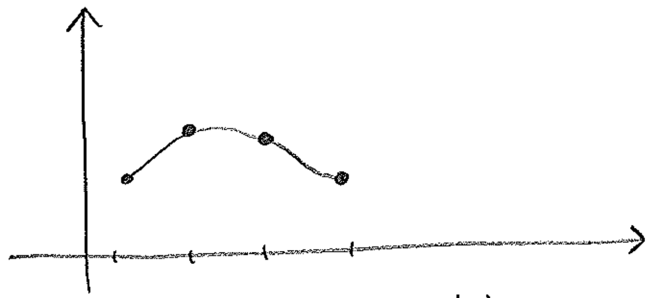
Givet $x_0\ x_1 \dots\ x_n$

$f_0\ f_1 \dots\ f_n$, funktionsvärden

Konstruera en "lätt" funktion $p(x)$ så att

$$p(x_j) = f_j \quad , j = 0, 1, \dots, n$$

Ofta är $p(x)$ ett polynom.



Om det är $n+1$ st punkter så går det att hitta ett polynom av grad $\leq n$ som går genom punkterna.

Ett sätt att konstruera $p(x)$ är att ansätta "rakt på"

$$p(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n$$

Vi visar detta på ett exempel (labben).

månad	t_j	3	4	6
temp.	f_j	-1.9	3.6	14.2

Hitta andragradspolynom $p(t)$ så att $p(t_j) = f_j, j = 0, 1, 2$.

Ansätt

$$p(t) = at^2 + bt + c$$

Alternativt sätt

Newtons interpolationsformel.

Med punkterna $x_0, x_1, \dots, x_n$ ansätt

$$p(x) = A_0 + A_1(x-x_0) + A_2(x-x_0)(x-x_1) + \dots A_n(x-x_0)(x-x_1) \dots (x-x_{n-1}).$$

$A_0, \dots, A_n$ faller ut direkt då anpassning sker i $x = x_0, \dots, x_n$.

Vårt exempel $t_0 = 3$, $t_1 = 4$, $t_2 = 6$. Ansätt

$$p(t) = A_0 + A_1(t-3) + A_2(t-3)(t-4)$$

Uppfyll
$$p(3) = -1.9 \Rightarrow A_0 = -1.9$$
$$p(4) = 3.6 \Rightarrow A_0 + A_1 \cdot 1 = 3.6 \Rightarrow A_1 = 5.5$$
$$p(6) = 14.2 \Rightarrow A_0 + A_1 \cdot 3 + A_2 \cdot 3 \cdot 2 = 14.2$$
$$\Leftrightarrow A_2 = -0.0667.$$

$$p(t) = -1.9 + 5.5(t-3) - 0.0667(t-3)(t-4)$$
$$= -0.0667t^2 + 5.9667t - 19.2$$

Newtons int. metod, polynomet ansättes som linj. komb. av

$$1, \quad (t-3), \quad (t-3)(t-4)$$

Interpolation med ett polynom av högt gradtal är mycket känsligt (t.o.m. "omöjligt" för praktiska data).

Kan istället använda styckvisa polynom

Om givna värden är

$x_0 \; x_1 \ldots \; x_n$

$f_1 \; f_2 \ldots \; f_n$, funkvärden.

så använd olika polynom $p_j(x)$ på olika intervall

$x_j \leq x < x_{j+1}$.

ex Styckvisa förstagradspolynom, dra en rät linje mellan (x_j, r_j) och (x_{j+1}, r_{j+1}).

(t. ex. vid plottning).

Blir ej deriverbara!

Styckvisa tredjegradspolynom s.k. kubiska splines.

På intervallet $x_j \leq x < x_{j+1}$ så används polynomet $p_j(x)$ (av grad 3), $j = j = 0, 1, \ldots, n-1$.

Skall bestämma $4n$ koeff. Skall gå genom punkterna

$p_j(x_j) = f_j$, $j = 0, 1, 2, \ldots, n-1$

$p_j(x_{j+1}) = f_{j+1}$, $j = 0, 1, 2, \ldots, n-1$